

بررسی تاریخچه و عملکرد سیستم آسانسور فضایی انعطاف پذیر و مدل سازی دینامیک آن در مرحله آزادسازی

رضا حدادی^۱، امیر اردشیری^۲، صادق صدوقی^۳

^۱دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، r.hadadi@me.iut.ac.ir

^۲دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، a.ardeshiri@me.iut.ac.ir

^۳دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، s.sadooghi@me.iut.ac.ir

چکیده

۱. مقدمه

تاریخچه‌ی بحث در مورد آسانسور فضایی^۲ به بیش از یک قرن پیش باز می‌گردد، زمانی که سیولکوفسکی^۳ ایده خود را که "برج سیولکوفسکی" لقب گرفت ارائه داد؛ برجی که از سطح زمین تا شعاع زمین-ایستا ارتفاع دارد[۱]. ۶۵ سال بعد، آرتسوتانوف^۴ ایده جدید آسانسور فضایی را مطرح کرد[۲]. با این حال، از مقاله پیرسون^۵ به عنوان اولین تحقیقی که بر روی جزئیات این موضوع تمرکز کرده است یاد می‌کنند[۳]. بعدها، ادواردز^۶ موضوعات مربوط به آسانسور فضایی را از جنبه‌های مختلف مورد مطالعه قرار داد[۴].

یکی از موضوعات اساسی در تحقیقات پیرامون آسانسور فضایی، بررسی مرحله‌ی آزادسازی این سازه است. این مرحله از لحاظ هزینه، انرژی، زمان، و تثبیت اجزای سیستم در موقعیت‌های دلخواه، یکی از مهم‌ترین مراحل پیاده سازی سیستم است[۵]. از این رو روش‌های گوناگونی برای اجرای این مرحله پیشنهاد شده است. اما غالباً دو روش در تحقیقات ارائه شده است که نقطه اشتراک آنها این است که عملیات آزادسازی در هر دو روش از تثبیت فضایی در بردارنده‌ی کابل‌ها، اجرام تعادلی، کنترل کننده‌های دو سر کابل و سیستم کنترل پیشرانس آغاز می‌گردد. تفاوت این دو روش نیز در موقعیت تثبیت اولیه‌ی فضاپیما و سپس استراتژی حرکت (مانور) و آزادسازی است. در روش اول، فضاپیما در مدار زمین-ایستا قرار گرفته و کابل‌ها را به سوی زمین

در این مقاله به بررسی تاریخچه، سیر تکامل و مباحث مربوط به آسانسور فضایی شامل اجزای تشکیل دهنده، نحوه استقرار در فضا و مدل سازی دینامیکی آن (با در نظر گرفتن درجات آزادی صلب و الاستیک و با استفاده از روش لاگرانژ) پرداخته شده است. با در نظر گرفتن حرکت داخل صفحه‌ی مداری، سیستم دارای چهار درجه آزادی صلب و همچنین درجات آزادی الاستیک طولی و عرضی می‌باشد. حرکت نقطه‌ی مشخصی از سیستم مانند مرکز جرم یا مرکز گرانش سیستم بر روی مدار زمین-ایستا، سیستم را به یک سیستم مقید تبدیل می‌کند. در نهایت، با استفاده از روش‌های عددی، دینامیک سیستم شبیه سازی، و نمونه‌هایی از نمودارهای زمانی رفتار دینامیکی سیستم ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی

آسانسور فضایی، مدار زمین-ایستا، سیستم‌های فضایی دارای تتر

فهرست علائم

A مساحت، m^2

E مدول الاستیسیته، N/m^2

علائم یونانی

ρ چگالی طولی، kg/m

ν انعطاف پذیری طولی، m

η انعطاف پذیری عرضی، m

^۲Space Elevator

^۳Tsiolkovsky

^۴Artsutanov

^۵Pearson

^۶Edwards

^۱Geostationary Earth Orbit (GEO)

آزاد می‌کند؛ در حالی که در روش دوم، فضاپیما در مدار پائینی زمین قرار گرفته و کابل‌ها و اجرام تعادلی و ... را به بالا و به سوی مدار زمین-ایستا پرتاب می‌کند [6]. در این مقاله به طور مشخص قصد داریم تا دینامیک این سازه‌ی فضایی را در مرحله‌ی آزادسازی و قبل از اینکه کابل‌ها به سطح زمین متصل شوند مورد بررسی و مطالعه قرار دهیم.

در بخش‌های بعد به معرفی تاریخچه کامل پرداخته شده است و نتایج شبیه‌سازی این مدل ریاضی به کمک ابزارهای موجود در نرم افزار متلب⁷، ارائه شده است. در این بخش با نمایش تعدادی از خروجی‌های شبیه‌سازی که همان نمودارهای توابع زمانی درجات آزادی سیستم است و همچنین قیاس آن‌ها با موقعیت‌های شناخته شده‌ای از سیستم در حالات خاص، به اعتبارسنجی خروجی‌ها می‌پردازیم. بخش انتهایی نیز به نتیجه‌گیری و بیان مزیت‌های مدل‌سازی ارائه شده نسبت به مدل‌سازی‌های قبلی اختصاص یافته است.

۲. تاریخچه

ایده‌ی آسانسور فضایی اولین بار در سال ۱۸۹۵ توسط آرتور سیولکوفسکی ارائه شد [5]. وی با مشاهده‌ی برج ایفل در فرانسه، به این فکر افتاد که می‌توان برجی با ارتفاعی حدود ۴۰۰۰۰ کیلومتر (ارتفاعی تقریباً برابر ارتفاع مدار زمین-ایستا) از سطح زمین بنا کرد که امکان دستیابی بشر به فضا را فراهم کند [6]. برج سیولکوفسکی مانند تمامی سازه‌های زمینی، تحت فشار وزن خود است. بعدها نشان داده شد که بوسیله‌ی مواد موجود، امکان ساخت چنین سازه‌ای وجود ندارد، زیرا حتی تحمل وزن خود را ندارد. پس از ایده‌ی برج سیولکوفسکی، تمامی طرح‌های آسانسور فضایی شامل کابل‌های تحت کشش بودند.

در سال ۱۹۵۹ دانشمند روسی، یوری آرتسوتانوف^۸، روش نوینی ارائه داد. وی پیشنهاد داد، سفینه‌ای کلاف کابل آسانسور را به مدار زمین-ایستا برده و از آنجا با اتصال وزنه‌ای به انتهای کابل آن را در فضا رها کند. در اثر جاذبه زمین، وزنه سقوط می‌کند و کابل تحت کشش قرار می‌گیرد. وی همچنین در راستای ثابت ماندن تنش در طول کابل پیشنهاد داد که با دور شدن از

سطح زمین، سطح مقطع کابل افزایش یابد. در سال ۱۹۶۶، چهار مهندس آمریکایی به نام‌های ایزاک، واین، باکوس، و بردنر طرح آسانسور فضایی را از نو بیان کردند و میزان استحکام ماده‌ی استفاده شده در کابل را، با فرض ثابت بودن سطح مقطع کابل، محاسبه کردند. نتایج محاسبات حاکی از این بود که استحکام موردنیاز، دو برابر قوی‌ترین مواد موجود در آن زمان بود.

در سال ۱۹۷۵، مهندس آمریکایی دیگری به نام جروم پیرسون طرحی جدید از آسانسور فضایی ارائه داد. طرح پیشنهادی او شامل کابلی با سطح مقطع متغیر و با رابطه‌ای خطی نسبت به فاصله از زمین بود. به نحوی که سطح مقطع کابل در مدار زمین-ایستا، که در آن کابل بیشترین کشش را تحمل می‌کند، مقدار بیشینه است. اما محاسبات انجام شده برای به دست آوردن مشخصات کابل، نشان‌دهنده‌ی این موضوع بود که هزاران سفر فضایی برای انتقال این حجم از کابل به فضا موردنیاز است.

در سال ۱۹۷۹، ایده‌ی آسانسور فضایی به طور گسترده‌ای به عموم مردم جهان معرفی شد، و مردم با انتشار هم‌زمان دو کتاب "چشمه‌های بهشت" نوشته‌ی آرتور سی. کلارک^۹ و "تاری بین دنیاها" به قلم چارلز شفیلد^{۱۰}، که در هر دوی آن‌ها طرح ساخت یک آسانسور فضایی مطرح می‌شود، با این موضوع آشنا شدند.

پس از معرفی و توسعه‌ی نانولوله‌ها در دهه‌ی ۹۰ قرن بیستم، یکی از کارمندان بخش تکنولوژی مشترک ناسا و مارشال به نام دیوید اسمیترمن^{۱۱}، ایده‌ی استفاده از استحکام بالای این ریز-ساختارها در امکان‌پذیر کردن پروژه‌ی آسانسور فضایی (و پروژه-ی چنگال آسمان^{۱۲}) را مطرح کرد. او با برگزاری همایشی در این راستا و دعوت از صاحب‌نظران این زمینه، از آن‌ها درخواست کرد که نظرات خود را در ارتباط با امکان‌پذیری ایده‌ی او مطرح کنند، و نتایج این همایش را در قالب کتابی به نام "آسانسورهای فضایی: فراساختاری فضا-زمینی برای هزاره‌ی دوم میلادی" به جامعه‌ی علمی ارائه داد.

بردلی ادواردز نیز نظریه‌ی جدیدی برای بهبود بخشیدن به کلیات این نظریه داد. نظریه‌ی او به این شکل بود که به جای استفاده از کابلی با سطح مقطع دایره‌ای، از نواری از جنس

⁹ Arthur C. Clarke

¹⁰ Charles Sheffield

¹¹ David Smitherman

¹² Skyhook

⁷ MATLAB

⁸ Artsutanov

نانولوله‌های کربنی استفاده شود. این تغییر از دو جهت عملکرد کلی سیستم را بهبود می‌بخشد:

۱- این تغییر در سطح مقطع، باعث کاهش خطرات ناشی از برخورد اجرام آسمانی با آن می‌شود.

۲- این هندسه‌ی سطح مقطع، باعث افزایش سطح تماس در دسترس برای غلتک‌های بالابرنده‌ی مجموعه می‌شود.

برای افزایش سرعت توسعه و پیشرفت پروژه‌ی آسانسور فضایی، از اوایل قرن اخیر، جوایز و نشست‌های متنوع و زیادی در زمینه‌های مختلف این پروژه در سرتاسر دنیا در نظر گرفته شده‌است و شرکت‌های مختلفی برای تحقیق و پژوهش پیرامون نحوه‌ی ساخت اجزای آن احداث شده‌اند.

۳. اجزای تشکیل دهنده

الف) پایگاه زمینی^{۱۳}

به منظور ثابت کردن سر ابتدایی کابل، باید ایستگاهی در زمین ساخته شود. در طرح‌های نوین ارائه شده، این ایستگاه بر روی سطح آب دریا بنا می‌شود تا در برابر پدیده‌های زمینی از جمله باد و زلزله مقاوم باشد؛ از این رو آن را متحرک می‌سازند. به منظور جلوگیری از منازعات سیاسی بیت‌المللی، این ایستگاه باید در آبهای آزاد واقع باشد.

ب) کابل

کابل آسانسور باید علاوه بر تحمل وزن خود، توانایی تحمل وزن محفظه و ایستگاه‌های بین راه را نیز داشته باشد. در طراحی کابل باید به این نکته توجه داشت که نیروی وارد بر کابل با افزایش فاصله از سطح زمین افزایش می‌یابد، به نحوی که بیشترین کشش در منطقه زمین-ایستا به آن وارد می‌شود. محاسبات استحکام کابل، نیاز به ماده‌ای با نسبت استحکام به چگالی بسیار بالا (در حدود $100,000 \text{ [KN/Kg.m]}$) را نشان می‌دهد. ماده‌ی سازنده‌ی کابل باید وزن کابل بالای خود (در حدود $40,000$ کیلو متر) را بدون تسلیم شدن تحمل کند. طول شکست کابل‌های تیتانیومی برابر با 20 الی 30 کیلو متر و مواد

فیبری امروزی حدود 100 الی 400 کیلو متر است. نانولوله‌های کربنی علاوه بر طول شکست‌های بالا در حدود 5000 کیلو متر، قابلیت انتقال جریان الکتریسته را نیز دارند. چالش اصلی در صورت انتخاب نانولوله‌های کربنی، تولید آنها در مقیاس ماکروسکوپی است، چراکه تولید این مواد هنوز در ابعاد میکروسکوپی است.

ج) بالابر

از آنجا که سطح مقطع کابل آسانسور فضایی متغیر است، لذا نمی‌توان مانند آسانسورهای مرسوم از کابل متحرک استفاده کرد. در طراحی آسانسور فضایی، یک اتاقک به وسیله غلتک از کابل بالا می‌رود. در راستای پیاده سازی این ایده، می‌بایست اصطکاک میان کابل و غلتک زیاد باشد و وزن بالابر نیز به گونه‌ای باشد که علاوه بر کاهش تنش کابل، بتواند نیروی گریز از مرکز خود، که به عامل پیشران کمک می‌کند، را افزایش دهد.

د) وزنه انتهایی

جهت کشیده نگه داشتن کابل در فضا، باید انتهای آن نیز توسط نیرویی نگه داشته شود. این مهم به وسیله‌ی نیروی گریز از مرکز وزنه‌ای در انتهای کابل که بالاتر از مدار زمین-ایستا قرار گرفته، برآورده می‌شود. در راستای پیاده‌سازی وزنه انتهایی، پیشنهادهایی ارائه شده است که عبارتند از:

- قرار دادن ایستگاهی فضایی در انتهای کابل

- قرارگیری فضاپیمایی حامل تجهیزات، در انتهای کابل

- استفاده از شهاب‌سنگ‌ها و دیگر مواد سنگین موجود در فضا

۴. چالش‌های پیش رو

علاوه بر چالش‌های ذکر شده درباره انتخاب ماده‌ی مورد استفاده در کابل و ساخت آن، مهمترین چالش‌های پیش روی دیگر می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- حفظ امنیت آسانسور در برابر حملات تروریستی

- کنترل ارتعاشات طولی و عرضی کابل

- احتمال برخورد شهاب سنگ

- رخ دادن حوادث طبیعی مانند: زلزله، صاعقه و ...

$$u(x,t) = \frac{x}{l} \psi(t) \quad (2)$$

$$v(x,t) = \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \eta(t)$$

پس می توان انعطاف پذیری طولی و عرضی سیستم را به ترتیب با درجات آزادی $\psi(t)$ و $\eta(t)$ بیان نمود.

به منظور استخراج معادلات لاگرانژ مقید، لازم است معادلات قیدی را تعریف، نیروهای ناپایستار را تعیین کنیم و لاگرانژین را بدست آوریم. معادله لاگرانژ برای سیستم مقید به شکل زیر است [7]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_r} + A_r^T \lambda = W_{nc} \quad (3)$$

در مورد قیود، مطلوب این است که نقطه‌ی مشخصی از تتر مانند مرکز جرم، بر روی مدار زمین-ایستا قرار گیرد. قید مطلوب دیگر نیز برابری مشتق زمانی θ با سرعت زاویه‌ای زمین است. به عبارت دیگر مرکز جرم تتر همواره در موقعیت ثابتی نسبت به زمین قرار گیرد. همچنین لازم است تا قیود مسئله را به منظور اعمال در معادلات لاگرانژ، بر حسب مختصات تعمیم یافته بازنویسی کنیم و مشتق زمانی آن را بدست آوریم.

$$R_0^2 = r^2 + s^2 - 2rsC_\alpha \quad (4)$$

$$\theta = \varphi - \arcsin\left(\frac{s \sin(\alpha)}{R_0}\right)$$

$$2R_0 R_0 \dot{\alpha} = (2r - 2sC_\alpha) \dot{r} + (2rsS_\alpha) \dot{\alpha} = 0 \quad (5)$$

$$\dot{\theta} = -\frac{sC_\alpha \dot{\alpha}}{\sqrt{R_0^2 - (sS_\alpha)^2}} + \dot{\varphi} = \omega_{GEO}$$

معادلات بالا را می توان به فرم زیر نوشت:

$$\begin{pmatrix} \dot{r} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{GEO} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

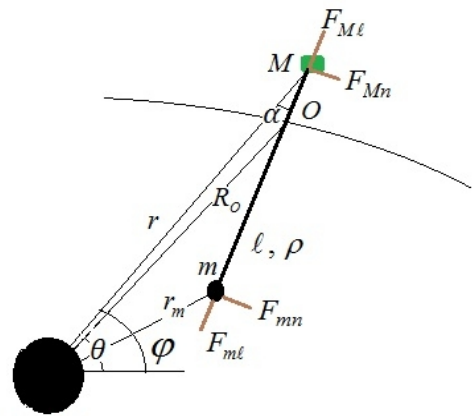
$$\begin{pmatrix} r - sC_\alpha & rsS_\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{sC_\alpha}{\sqrt{R_0^2 - (sS_\alpha)^2}} & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

فرم دیفرانسیلی معادلات به صورت ماتریسی با $A\dot{q} = b$ نشان داده می شود که به ماتریس A ماتریس قیود گوئیم و به عنوان اثر قیود در معادله لاگرانژ لحاظ خواهیم کرد.

آن گونه که در شکل (۱) نشان داده شده است، با در نظر گرفتن نیروهای کنترلی به صورت نیروهای عمودی و طولی نسبت به راستای تتر، کار مجازی نیروهای ناپایستار برابر است با:

۵. استخراج معادلات حرکت

مدل یک آسانسور فضایی را در مرحله‌ی آزادسازی با شکل (۱) نشان می دهیم. با توجه به اینکه طول افسار (تتر^{۱۴}) در برابر ابعاد فضاپیماهای دو سر کابل، بسیار بسیار بزرگ است می توان فضاپیماها را به صورت اجرام نقطه‌ای در دو سر کابل مدل کرد.



Central Mass

شکل ۱: شمایی از آسانسور فضایی [۷]

برای بدست آوردن معادلات دینامیکی حرکت از روش لاگرانژ، لازم است تا انرژی جنبشی و پتانسیل کلی سیستم را بدست آورده و در معادلات لاگرانژ مربوط به هر مختصه‌ی تعمیم یافته اعمال کنیم.

در این مقاله، انعطاف پذیری طولی و عرضی کابل نیز در نظر گرفته شده است؛ لذا با فرض اینکه سیستم در صفحه‌ی مداری حرکت می کند، مختصات تعمیم یافته‌ی سیستم را می توان با کمیت‌های r, α, ϕ, u, v نشان داد که در آن u و v کمیت‌های بیان گر انعطاف پذیری طولی و عرضی سیستم و بقیه‌ی کمیت‌ها نیز بیان گر موقعیت صلب سیستم هستند. برای مدل سازی انعطاف-پذیری طولی و عرضی سیستم، با استفاده از روش جداسازی می-توان نوشت:

یک تقریب مناسب از معادلات بالا که شرایط هندسی مسئله را نیز ارضا کند، به صورت زیر است:

۶. شبیه‌سازی

به منظور شبیه‌سازی سیستم آسانسور فضایی، لازم است تا معادله‌ی (۱۲) حل شود و جواب آن که همان تابع زمانی بردار مختصات تعمیم‌یافته است به دست آید. برای حل عددی این معادله، از جعبه‌ابزار سیمولینک نرم‌افزار MATLAB استفاده می‌کنیم و معادله‌ی (۱۲) را به کمک نمودار بلوکی پیاده‌سازی می‌کنیم.

برای اعمال شبیه‌سازی، لازم است تا حل‌گر مناسب انتخاب، زمان اجرای شبیه‌سازی معین و شرایط اولیه‌ی مختصات تعمیم‌یافته و مشتقات آن‌ها نیز مشخص شود. آن‌گاه با اجرای شبیه‌سازی، عملیات حل عددی برای بازه‌ی زمانی تعیین شده انجام می‌شود. همچنین برای حل عددی از روش رونگ-کوتا مرتبه‌چهار استفاده شده‌است. به دلیل وجود قیود سینماتیکی، رعایت سازگاری شرایط اولیه‌ی مسئله ضروری است. با اختیار مقادیر اولیه‌ی α_0 و $\dot{\alpha}_0$ ، مقدار اولیه‌ی مختصات r و $\dot{\phi}$ و مشتق آن‌ها نیز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} r_0 &= sC_{\alpha_0} + \sqrt{R_0^2 - s^2(1 - C_{\alpha_0})} \\ \dot{r}_0 &= \frac{-s\dot{\alpha}_0 S_{\alpha_0}}{r - sC_{\alpha_0}} \\ \phi_0 &= \arcsin\left(\frac{s}{R_0} S_{\alpha_0}\right) + \theta_0 \\ \dot{\phi}_0 &= \frac{s\dot{\alpha}_0 C_{\alpha_0}}{\sqrt{R_0^2 - (sS_{\alpha_0})^2}} + \omega_{GEO} \end{aligned} \quad (13)$$

شرایط اولیه‌ی دیگر مختصات (η_0, ψ_0) را نیز می‌توان به صورت اختیاری تعیین کرد. با این وجود، برای شبیه‌سازی سیستم شرایط اولیه‌ی زیر در نظر گرفته شده‌است:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{\pi}{100} \text{ [rad]} & \dot{\alpha}_0 &= 0.01 \text{ [rad/s]} \\ \phi_0 &= 3.7 \times 10^{-4} \text{ [rad]} & \dot{\phi}_0 &= 1.9 \times 10^{-4} \text{ [rad/s]} \\ \psi_0 &= 0.01 \text{ [m]} & \dot{\psi}_0 &= 0.01 \text{ [m/s]} \\ \eta_0 &= 0.2 \text{ [m]} & \dot{\eta}_0 &= 0.01 \text{ [m/s]} \\ \theta_0 &= 0: \end{aligned} \quad (14)$$

همچنین نیروهای کنترلی وارد به آسانسور فضایی به عنوان ورودی‌های سیستم به گونه‌ی زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} F_{Mn} &= 10^6 \text{ [N]} \\ F_{Mt} &= 2 \times 10^6 \text{ [N]} \\ F_{mn} &= 1.5 \times 10^6 \text{ [N]} \\ F_{mt} &= 3 \times 10^6 \text{ [N]} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \delta W_{nc} &= [C_{\alpha} (F_{M\ell} + F_{m\ell}) - S_{\alpha} (F_{Mn} + F_{mn})] \delta r \\ &+ [S_{\alpha} (F_{M\ell} + F_{m\ell}) r + C_{\alpha} (F_{Mn} + F_{mn}) l - F_{mn} l] \delta \phi \\ &- F_{mn} \ell \delta \alpha \end{aligned} \quad (7)$$

در مرحله‌ی آخر، لاگرائین را از روی انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل سیستم محاسبه می‌کنیم. باید توجه داشت که انرژی‌های جنبشی و پتانسیل ناشی از انعطاف‌پذیری طولی و عرضی در نظر گرفته شده‌است.

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} M (\dot{r}^2 + \dot{\phi}^2 r^2) + \frac{M\mu}{r} + \frac{m\mu}{r_m} + \frac{1}{4} \dot{\eta}^2 l \rho \\ &+ \frac{1}{2} \dot{\psi}^2 l \rho + \frac{1}{24} (\dot{\alpha} + \dot{\phi})^2 l^3 \rho + \mu \rho \text{Log}\left[\frac{l+r_m-rC_{\alpha}}{r-rC_{\alpha}}\right] \\ &- \frac{EA(3\pi^4 \eta^4 + 8l\pi^2 \eta^2 \psi + 8l^2 \psi^2)}{16l^3} \\ &+ \frac{1}{2l^2} m \{ \dot{r}^2 l^2 + \dot{\psi}^2 l^2 + \dot{\alpha}^2 l^4 + 2\dot{\alpha}\dot{\phi} l^4 + \dot{\phi}^2 l^4 \\ &- 2l^2 (\dot{r}\dot{\psi} + \dot{\phi}(\dot{\alpha} + \dot{\phi})lr) C_{\alpha} + 2l(\dot{r}(\dot{\alpha} + \dot{\phi})l^2 - \dot{\phi}\dot{\psi}lr) S_{\alpha} \\ &+ \dot{\phi}^2 l^2 r^2 \} + \\ &\frac{1}{8l} \rho \{ 4\dot{r}^2 l^2 + \dot{\psi}^2 l^2 + \dot{\alpha}^2 l^4 + 2\dot{\alpha}\dot{\phi} l^4 \\ &+ \dot{\phi}^2 l^4 + 4\dot{\phi}^2 l^2 r^2 - 4l^2 (\dot{r}\dot{\psi} + \dot{\phi}(\dot{\alpha} + \dot{\phi})lr) C_{\alpha} \\ &+ 4l(\dot{r}(\dot{\alpha} + \dot{\phi})l^2 - \dot{\phi}\dot{\psi}lr) S_{\alpha} \} \end{aligned} \quad (8)$$

اکنون می‌توانیم معادلات لاگرائین مقید را برای این سیستم بدست آوریم. برای حذف کردن λ از معادلات، آن‌ها را در فضای پوچ ماتریس قیود، N ، ضرب می‌کنیم. با این کار به سه معادله‌ی دیفرانسیل مستقل دست می‌یابیم. آن‌گاه دستگاه معادلات بدست آمده را به شکل زیر می‌توانیم بنویسیم:

$$M' \ddot{q} = f'(q, \dot{q}, \tau, t) \quad (9)$$

همچنین با مشتق گرفتن از معادله‌ی (۶) داریم:

$$A \ddot{q} = \dot{b} - \dot{A} \dot{q} \quad (10)$$

از کنارهم قرار دادن معادلات کاهش یافته (۹) و معادله‌ی (۱۰) به یک دستگاه شامل پنج معادله دیفرانسیل مرتبه دو غیرخطی به شکل زیر می‌رسیم.

$$\begin{pmatrix} M' \\ A \end{pmatrix} \ddot{q} = \begin{pmatrix} f' \\ \dot{b} - \dot{A} \dot{q} \end{pmatrix} \quad (11)$$

به صورت خلاصه، این دستگاه‌ها را به شکل زیر نمایش می‌دهیم:

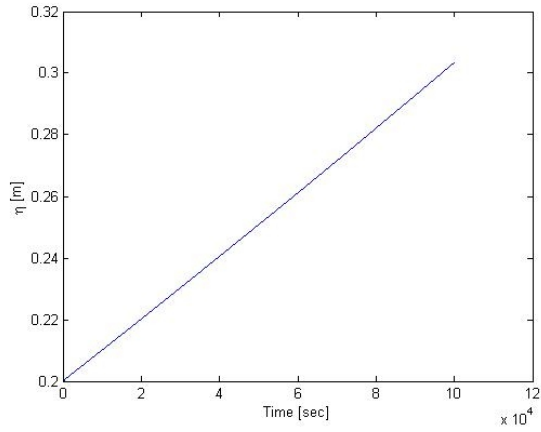
$$D \ddot{q} = g \quad (12)$$

که در آن ماتریس‌های D و g را به ترتیب ماتریس جرم اصلاح شده و بردار نیروی اصلاح شده می‌نامیم. عبارت درایه‌های این ماتریس‌ها به علت بزرگی، در پیوست آورده شده‌است.

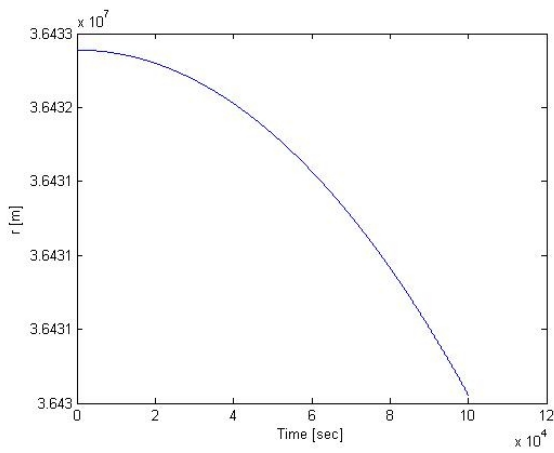
پس از تعیین شرایط اولیه و نیروهای ورودی سیستم، می‌توان شبیه‌سازی را آغاز نمود. آن‌گاه نمودارهای زمانی مختصات تعمیم‌یافته که همان خروجی‌های حاصل از شبیه‌سازی در بازه‌ی زمانی ده ثانیه هستند، به دست می‌آیند.

۷. نتایج شبیه‌سازی

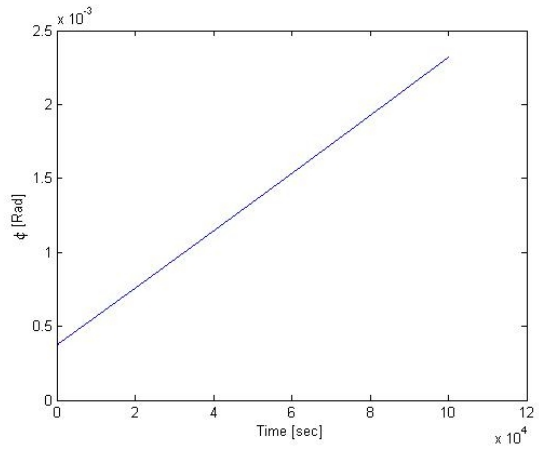
نمودارهای زمانی مختصات تعمیم‌یافته که همان خروجی‌های حاصل از شبیه‌سازی در بازه‌ی زمانی ده ثانیه هستند در زیر نشان داده شده‌اند.



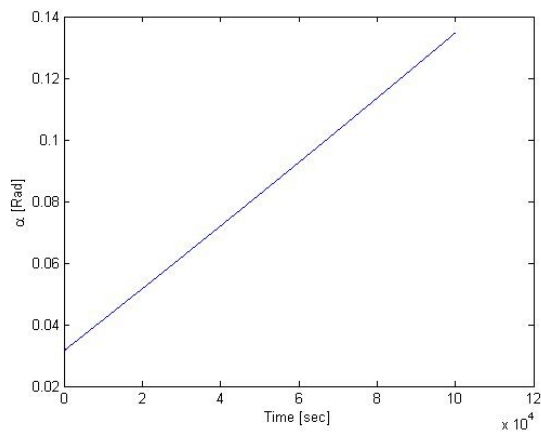
شکل ۵: نمودار r بر حسب زمان



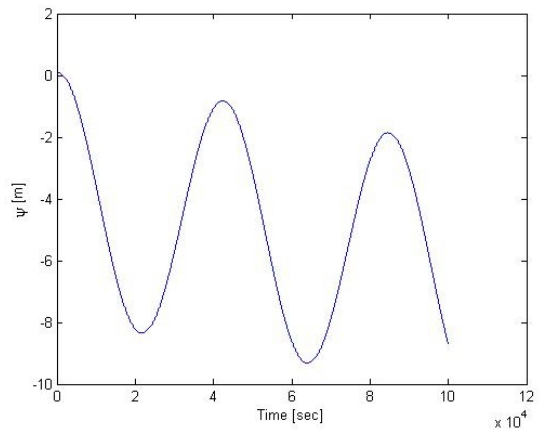
شکل ۶: نمودار r بر حسب زمان



شکل ۳: نمودار φ بر حسب زمان



شکل ۷: نمودار α بر حسب زمان



شکل ۴: نمودار ψ بر حسب زمان

۸. نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

مزیت مدل ارائه شده از آسانسور فضایی در این مقاله نسبت به مدل‌های دیگر، لحاظ انعطاف‌پذیری عرضی و طولی این سازه فضایی است. لذا شبیه‌سازی این مدل نیز از اعتبار بهتری نسبت به مدل‌های قبلی برخوردار است. با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی که در نمودارهای قسمت قبل نمایش داده شده‌اند و همچنین نمودارهای دیگری که با تغییر نیروهای کنترلی در شبیه‌سازی، استخراج شده‌اند می‌توان نتیجه گرفت که کنترل سیستم آسانسور فضایی و حفظ تعادل و ارتفاع آن به وسیله‌ی اعمال نیروهای کنترلی بدون پسخور از وضعیت مختصات تعمیم یافته‌ی سیستم مشتقات آن‌ها جز با اعمال نیروهای بسیار بزرگ و در نتیجه مصرف انرژی بالا امکان‌پذیر نیست. نتیجه‌ی دیگر این که حتی با وجود شرایط اولیه‌ی کوچک برای انعطاف‌پذیری عرضی، امکان ناپایدار شدن سیستم در این درجه آزادی وجود دارد. لذا تأمین نیروی کنترلی با پسخور از مختصه‌ی انعطاف‌پذیری عرضی برای حفظ پایداری سیستم، ضروری است.

۹. تشکر و قدردانی

در مراحل آماده‌سازی این مقاله و در بخش شبیه‌سازی کامپیوتری، آقایان سید علی شتاب بوشهری و نیما کرباسی‌زاده، نگارندگان را یاری نموده‌اند که از ایشان نهایت امتنان را داریم. همچنین از جناب آقای دکتر کشمیری، بابت در دسترس گذاشتن منابع متناسب با این تحقیق، تشکر می‌نماییم.

۱۰. مراجع

- [1] K.E. Tsiolkovsky, "Speculations between Earth and Sky", ISD-Vo AN-SSSR, Moscow, 1895, p. 35 (in Russian, reprinted in 1959).
- [2] Y. Artsutanov, "To space by a locomotive", Komsomolskaya Pravda, 1960 (translated from Russian).
- [3] J. Pearson, "The orbital tower: a spacecraft launcher using the Earth's rotational energy", Acta Astronautica, 2 (1975) 785-799.
- [4] B.C. Edwards, "Design and deployment of a space elevator", Acta Astronautica 47 (2000) 735-744.
- [5] Lang, David, D., "Space Elevator Dynamics Response to In-Transit Climbers", Proceeding of the Space Engineering and Space Institute, 2005.
- [6] M. Keshmiri, A. K. Misra, M. Saberian, 2012. 63th International Astronautical Congress, Naples, Italy.
- [7] L. Meirovitch, 1997. Analytical Methods in Vibrations. Prentice Hall

[۸] شتاب بوشهری، علی، حدادی، رضا، "مدل‌سازی و شبیه‌سازی دینامیک سیستم آسانسور فضایی انعطاف‌پذیر در مرحله‌ی آزادسازی"، بیست و یکمین همایش سالانه‌ی مهندسی مکانیک ایران، اردیبهشت ۱۳۹۲، تهران، ایران.

[12] M. Keshmiri, A. K. Misra, M. Saberian, 2012. 63th International Astronautical Congress, Naples, Italy.

[13] L. Meirovitch, 1997. Analytical Methods in Vibrations. Prentice Hall

[۸] شتاب بوشهری، علی، حدادی، رضا، "مدل سازی و شبیه سازی دینامیک سیستم آسانسور فضایی انعطاف پذیر در مرحله ی آزاد- سازی"، بیست و یکمین همایش سالانه ی مهندسی مکانیک ایران، اردیبهشت ۱۳۹۲، تهران، ایران.

[8]

[9]

[10] B.C. Edwards, "Design and deployment of a space elevator", *Acta Astronautica* 47 (2000) 735–744.

[11] Lang, David, D., "Space Elevator Dynamics Response to In-Transit Climbers", *Proceeding of the Space Engineering and Space Institute*, 2005.