Mechanical Vibration
ارتعاشات مکانیکی(درس نهم)

By: Reza Tikani
Mechanical Engineering Department
Isfahan University of Technology

ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی با میرایی پسماند

منحنی نیرو-تغییرمکان در میرایی ویسکوز:

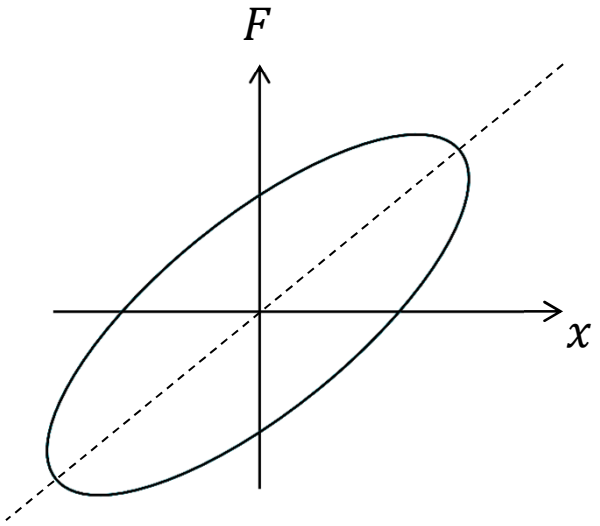
$$F = kx + c\dot{x}$$

$$x(t) = A\,Sin(\omega t)$$

$$F = \cdots$$

$$F = kx \pm c\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

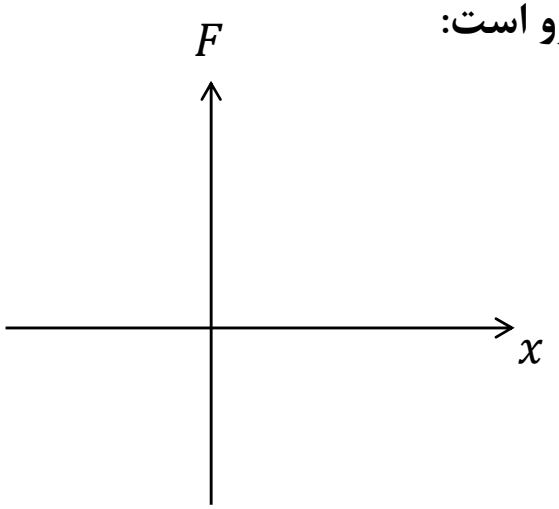
$$\Delta W = \oint F dx = \pi\omega c A^2$$



ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی با میرایی پسماند

میرایی ناشی از اصطکاک بین صفحات داخلی را میرایی پسماند یا میرایی هیسترتیک گویند.

در منحنی تنش – کرنش (نیرو –تغییر مکان) حلقه پسماند به صورت روبرو است:



طبق آزمایشهای انجام شده، اتلاف انرژی ناشی از اصطکاک داخلی در یک سیکل به فرکانس بستگی ندارد و تقریباً با مربع دامنه متناسب است.

$$\Delta W = \pi \omega c A^2 \qquad \Delta W = \pi h A^2$$

$$c = \frac{h}{\omega}$$

ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی با میرایی پسماند

سفتی مختلط:

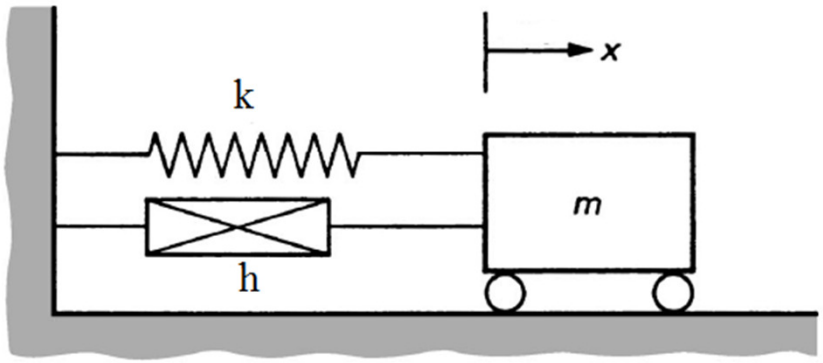
$$F = (k + i\omega c)x$$

$$k(1 + i\beta)$$

$$F = (k + ih)x$$

$$\beta = \frac{h}{k}$$

نسبت میرایی پسماند:



ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی با میرایی پسماند

کاهش دامنه در هر سیکل:

(با فرض حرکت هارمونیک)

$$\frac{X_j}{X_{j+1}} = \frac{2+\pi\beta}{2-\pi\beta} \approx 1+\pi\beta = \text{ثابت}$$

$$\delta = \ln\left(\frac{X_j}{X_{j+1}}\right) \approx \ln(1+\pi\beta) \approx \pi\beta$$

$$\xi_{eq} = \frac{\beta}{2} = \frac{h}{2k}$$

ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی با میرایی پسماند

مثال:

سازه یک پل به صورت سیستم با یک درجه آزادی مدلسازی شده است. برای این مدل $\boldsymbol{m = 5 * 10^5\ kg}$ **و** $\boldsymbol{k = 25 * 10^6\ N/m}$**. در آزمایش ارتعاشات آزاد این پل نسبت دامنه های متوالی** 1.04 **به دست آمده است. پاسخ پل را بیابید.**

$$\delta =$$

$$\beta = 0.0127$$

$$c_{eq} = \frac{\beta k}{\omega} = \beta\sqrt{km} = 44.9013 * 10^3\ Ns/m$$

$$c_{cr} = 2\sqrt{km} = 7071.0678\ * 10^3\ Ns/m$$

$$x(t) = \cdots$$