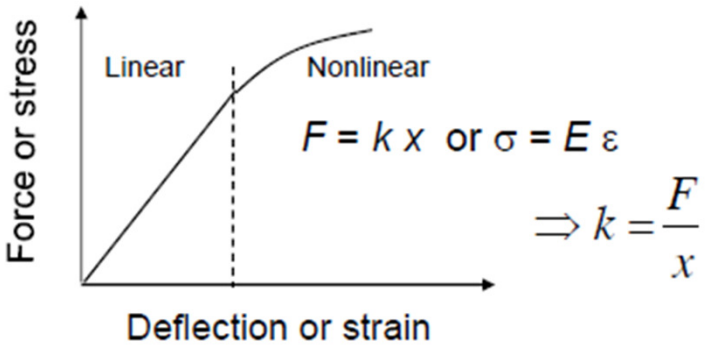
Mechanical Vibration
ارتعاشات مکانیکی(درس هفتم)

By: Reza Tikani
Mechanical Engineering Department
Isfahan University of Technology

ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی با مستهلک کننده ویسکوز

اندازه گیری کمیتها:

✓ سختی:



- تغییرمکان استاتیک:

- فرکانس طبیعی:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

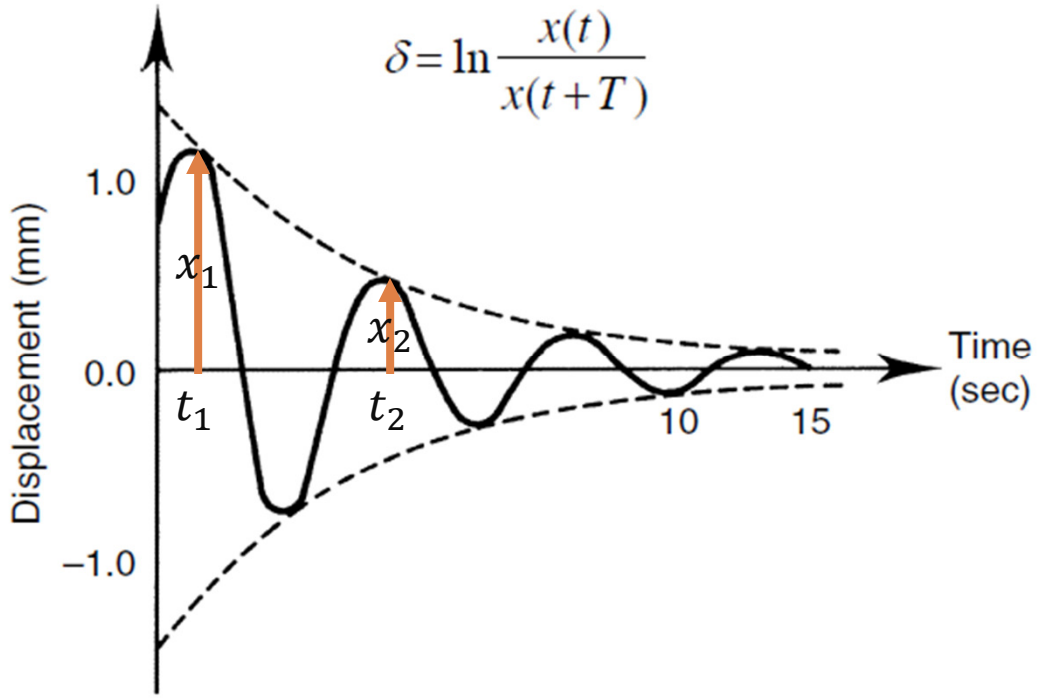
✓ استهلاک:

- کاهش لگاریتمی

ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی با مستهلک کننده ویسکوز

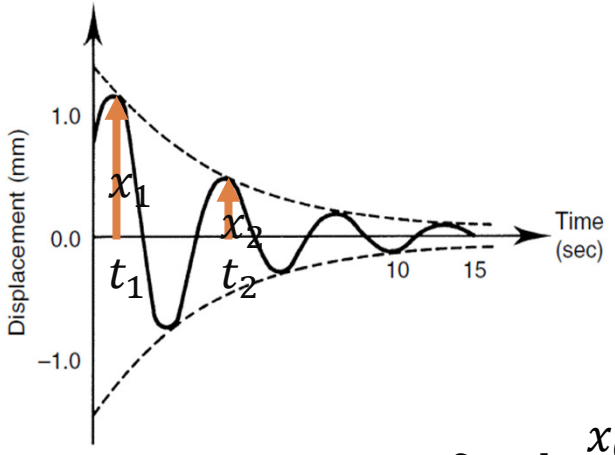
کاهش لگاریتمی:

نشان دهنده آهنگ کاهش دامنه ارتعاشات آزاد میرا می‌باشد. این کمیت برابر لگاریتم طبیعی نسبت دو دامنه متوالی دلخواه است.



ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی با مستهلک کننده ویسکوز

کاهش لگاریتمی:



$$\delta = \ln \frac{x(t)}{x(t+T)} = \frac{1}{n} \ln \left\{ \frac{x(t)}{x(t+nT)} \right\}$$

$$\delta = ln \frac{x_0 e^{-\xi \omega_n t_1} \sin(\omega_d t_1 + \phi)}{x_0 e^{-\xi \omega_n t_2} \sin(\omega_d t_2 + \phi)}$$

انجام ساده سازی

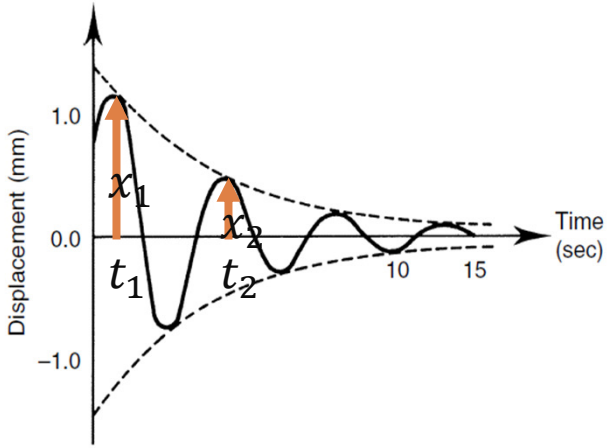
$$\delta = \xi \omega_n \tau_d$$

$$\tau_d = 2\pi/\omega_d = 2\pi/\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$$

$$\delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی با مستهلک کننده ویسکوز

کاهش لگاریتمی:



$$\delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad \Rightarrow \quad \zeta = \frac{1}{\sqrt{1+\left(2\pi/\delta\right)^2}} \approx \frac{\delta}{2\pi} = \text{Logarithmic decrement per radian}$$

$$\delta = \ln\frac{x(t)}{x(t+T)} = \frac{1}{n}\ln\left\{\frac{x(t)}{x(t+nT)}\right\}$$

انرژی اتلافی در مستهلک کننده ویسکوز

آهنگ تغییر انرژی بر حسب زمان:

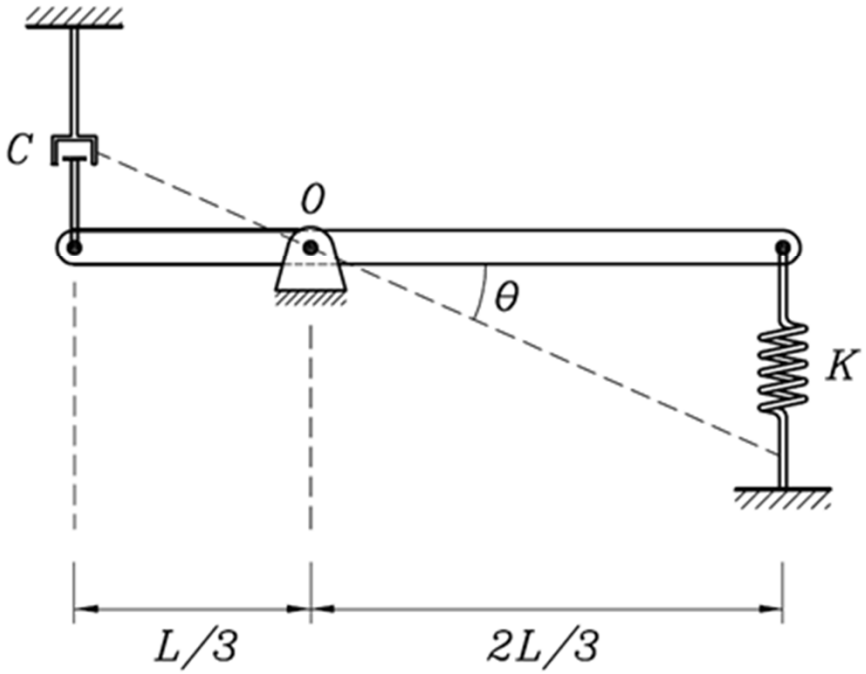
$$\frac{dW}{dt} = F * V = -CV * V = -C\,(\frac{dx}{dt})^2$$

$x(t) = XSin(\omega_d t)$ ⟹ انرژی اتلافی در یک سیکل:

$$\Delta W = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_d}} c\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 dt = \int_0^{2\pi} cX^2\omega_d Cos^2(\omega_d t)d(\omega_d t) = \pi c\omega_d X^2$$

کوئیز:

معادله حرکت نوسانات کوچک سیستم زیر را به دست آورید.



حل کوئیز:

با توجه به دیاگرام نیرویی جسم و معادلات اویلر، خواهیم داشت:

$$\sum M_o = I_o \ddot{\theta}$$

$$\rightarrow \quad I_o \ddot{\theta} = -\left(\frac{2l}{3}\right)\left(\frac{2kl\theta}{3}\right) - \frac{l}{3}\left(\frac{l}{3}c\dot{\theta}\right) \qquad (۱)$$

$$\rightarrow \quad I_o \ddot{\theta} + \left(\frac{2l}{3}\right)^2 k\theta + \left(\frac{l}{3}\right)^2 c\dot{\theta} = 0$$

از طرفی:

$$I_o = I_G + I_{G/o} = \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{3}\right)^2 \qquad (۲)$$

$$\rightarrow \quad I_o = ml^2\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{36}\right) = \frac{ml^2}{9}$$

در نتیجه، با جایگذاری در رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$\frac{ml^2}{9}\ddot{\theta} + \frac{l^2}{9}c\dot{\theta} + \frac{4l^2}{9}k\theta = 0$$

و یا:

$$m\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + 4k\theta = 0$$

$$C_{cr} = 2\sqrt{4mk} = 4\sqrt{mk}$$