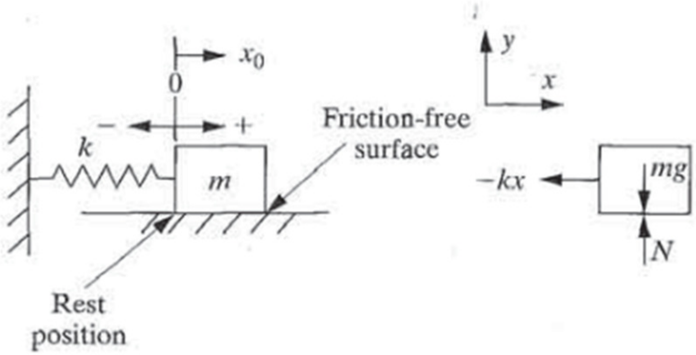
بسم الله الرحمن الرحیم

Mechanical Vibration

ارتعاشات مکانیکی(جلسه سوم)

By: Reza Tikani
Mechanical Engineering Department
Isfahan University of Technology

ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی بدون مستهلک کننده



$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0$$

If a system is vibrating then we must assume that something must have (in the past) transferred energy into to the system and caused it to move. For example the mass could have been:

- **moved a distance x_0 and then released at $t=0$ (i.e. given Potential energy) or**
- **given an initial velocity v_0 (i.e. given Kinetic energy) or**
- **Some combination of the two above cases**

ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی بدون مستهلک کننده

- ✓ حل معادله دیفرانسیل مرتبه دوم:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0$$

$$x(t) = A\sin(\omega_n t + \phi) \qquad \omega_n = \sqrt{k/m} \quad \textit{natural frequency}\ (\text{rad/s})$$

To proceed, if x_0 is the specified initial displacement from equilibrium of mass m, and v_0 is its specified initial velocity, simple substitution allows the constants A and ϕ to be evaluated. The unique solution is

$$x(t) = \sqrt{\frac{\omega_n^2 x_0^2 + v_0^2}{\omega_n^2}}\sin\left[\omega_n t + \tan^{-1}\left(\frac{\omega_n x_0}{v_0}\right)\right]$$

ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی بدون مستهلک کننده

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0$$

Alternatively, $x(t)$ can be written as

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega_n}\sin\omega_n t + x_0\cos\omega_n t$$

ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی بدون مستهلک کننده

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0$$

$$x(t) = A\,e^{\lambda t} \quad \Rightarrow \quad m\lambda^2 e^{\lambda t} + ke^{\lambda t} = 0$$

$$e^{\lambda t} \neq 0, \text{ and } A \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda^2 + \left(\frac{k}{m}\right) = 0$$

$$\lambda = \pm j\left(\frac{k}{m}\right)^{1/2} = \pm\omega_n j$$

$$x(t) = A_1\,e^{-\omega_n jt} + A_2\,e^{\omega_n jt}$$

ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی بدون مستهلک کننده

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0$$

$$x(t) = \sqrt{\frac{\omega_n^2 x_0^2 + v_0^2}{\omega_n^2}} \sin\left[\omega_n t + \tan^{-1}\left(\frac{\omega_n x_0}{v_0}\right)\right]$$

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega_n} \sin \omega_n t + x_0 \cos \omega_n t$$

$$x(t) = A_1 e^{-\omega_n j t} + A_2 e^{\omega_n j t}$$

ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی بدون مستهلک کننده

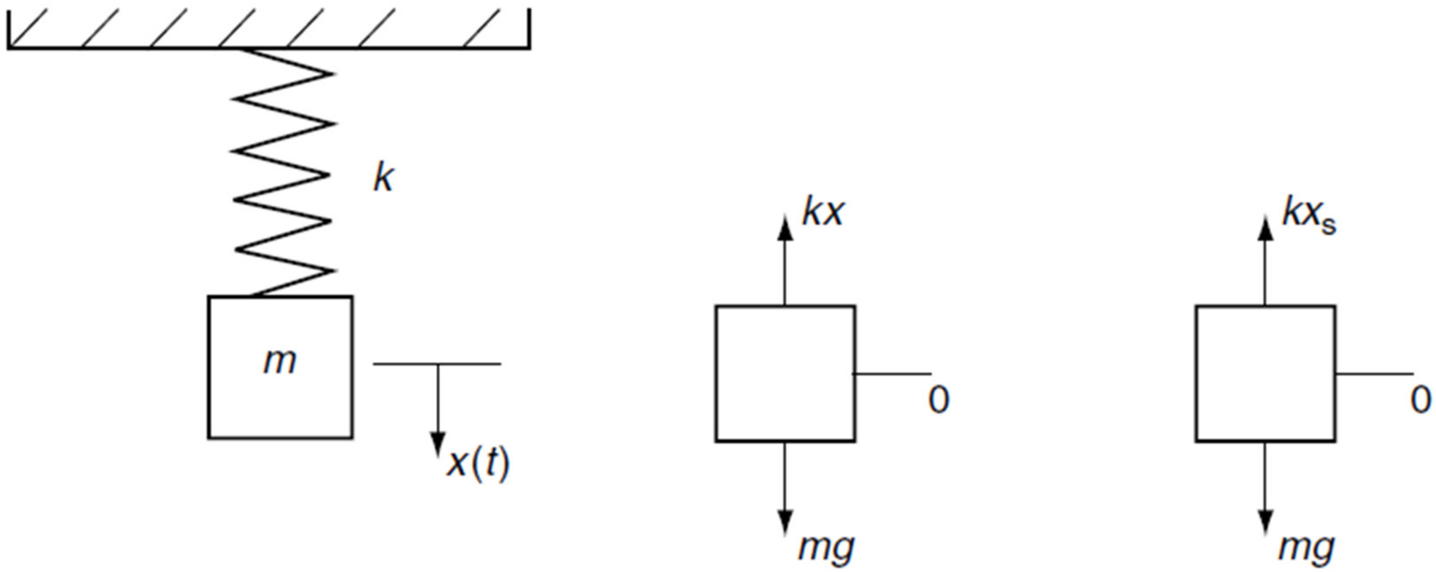
$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0$$

$$x(t) = \sqrt{\frac{\omega_n^2 x_0^2 + v_0^2}{\omega_n^2}} \sin\left[\omega_n t + \tan^{-1}\left(\frac{\omega_n x_0}{v_0}\right)\right]$$

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega_n} \sin \omega_n t + x_0 \cos \omega_n t$$

$$x(t) = A_1 e^{-\omega_n j t} + A_2 e^{\omega_n j t}$$

ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی بدون مستهلک کننده



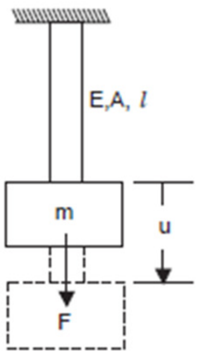
<u>توجه:</u>

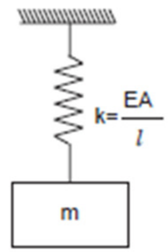
<u>در صورتیکه **x(t)** از نقطه تعادل استاتیکی اندازه گیری شود، داریم:</u>

$$m\ddot{x}+k(x+x_s)-mg=0$$

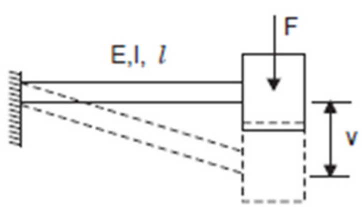
ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی بدون مستهلک کننده

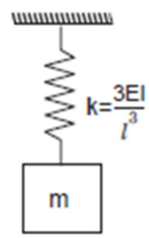
- ارتعاش طولی میله:



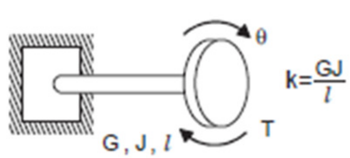


- ارتعاش عرضی تیر:





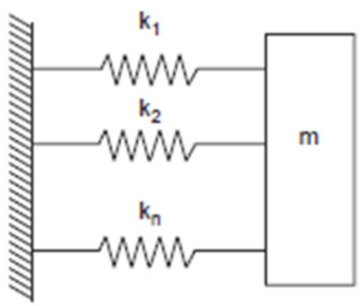
- ارتعاش پیچشی تیر:



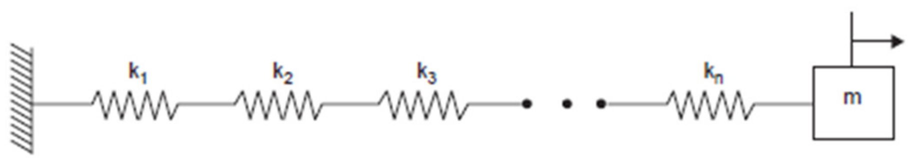
ارتعاش آزاد سیستمهای یک درجه آزادی بدون مستهلک کننده

- فنرهای موازی:

$$k_{eq} = \sum_{i=1}^{n} k_i$$



- فنرهای سری:



$$1/k_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_i}}$$