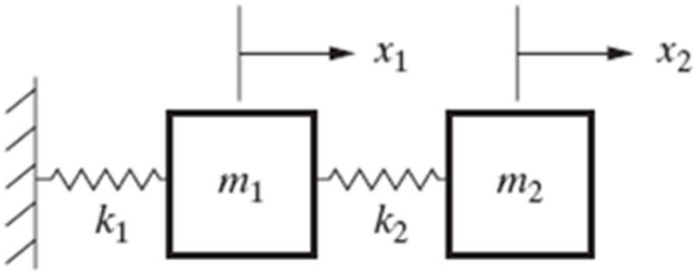
Mechanical Vibration
ارتعاشات مکانیکی(درس هفدهم)

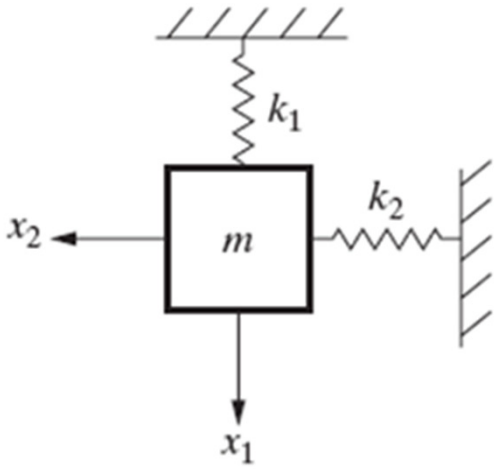
By: Reza Tikani
Mechanical Engineering Department
Isfahan University of Technology

سیستمهای دو درجه آزادی

درجه آزادی: حداقل مختصه مورد نیاز برای بیان موقعیت سیستم

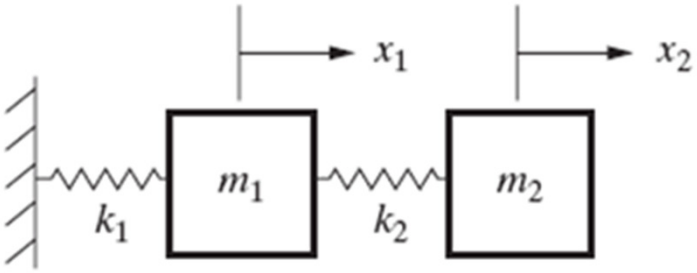
مثالهایی از سیستم های دو درجه آزادی:

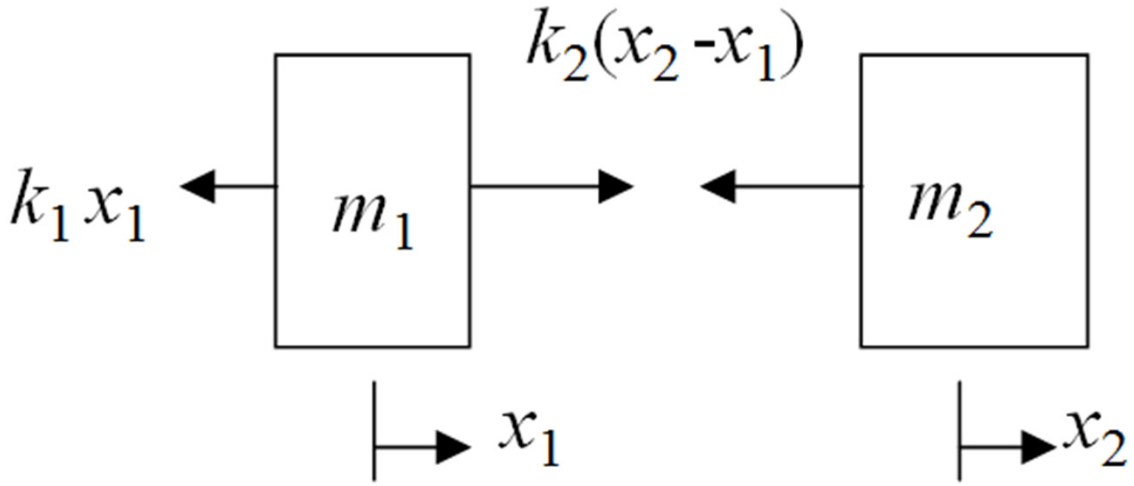




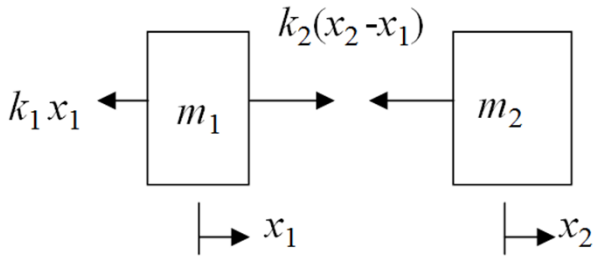
مدل سیستم دو درجه آزادی بدون مستهلک کننده

✓ دیاگرام آزاد:





مدل سیستم دو درجه آزادی بدون مستهلک کننده



$$m_1\ddot{x}_1(t) = -k_1x_1(t) + k_2\left(x_2(t) - x_1(t)\right)$$
$$m_2\ddot{x}_2(t) = -k_2\left(x_2(t) - x_1(t)\right)$$

$$m_1\ddot{x}_1(t) + (k_1 + k_2)x_1(t) - k_2x_2(t) = 0$$
$$m_2\ddot{x}_2(t) - k_2x_1(t) + k_2x_2(t) = 0$$

- ✓ یک سیستم دو درجه آزادی **دو معادله حرکت** و **دو فرکانس طبیعی** دارد.
- ✓ معادلات کوپله

مدل سیستم دو درجه آزادی بدون مستهلک کننده

برای حل دو معادله دیفرانسیل مرتبه دوم به چهار ثابت نیاز است. ← شرایط اولیه

$$x_1(0)=x_{10},\ \dot{x}_1(0)=\dot{x}_{10},\ x_2(0)=x_{20},\ \dot{x}_2(0)=\dot{x}_{20}$$

مدل سیستم دو درجه آزادی بدون مستهلک کننده

فرم ماتریسی معادلات حرکت:

$$m_1\ddot{x}_1(t)+(k_1+k_2)x_1(t)-k_2x_2(t)=0$$
$$m_2\ddot{x}_2(t)-k_2x_1(t)+k_2x_2(t)=0$$

$$\Longleftrightarrow \quad M\ddot{\mathbf{x}}+K\mathbf{x}=\mathbf{0}$$

توجه:

در حالت نوشتار دستی معمولاً بردارها را درون { } قرار می دهند و یا از علامت بردار → بر روی متغیر استفاده می شود. ماتریس ها هم معمولاً درون [ ] قرار داده می شوند.

مدل سیستم دو درجه آزادی بدون مستهلک کننده

فرم ماتریسی معادلات حرکت:

$$m_1\ddot{x}_1(t)+(k_1+k_2)x_1(t)-k_2x_2(t)=0$$
$$m_2\ddot{x}_2(t)-k_2x_1(t)+k_2x_2(t)=0$$

$$\Longleftrightarrow \quad M\ddot{\mathbf{x}}+K\mathbf{x}=\mathbf{0}$$

$$\mathbf{x}(t)=\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\end{bmatrix},\quad \dot{\mathbf{x}}(t)=\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\\dot{x}_2(t)\end{bmatrix},\quad \ddot{\mathbf{x}}(t)=\begin{bmatrix}\ddot{x}_1(t)\\\ddot{x}_2(t)\end{bmatrix}$$

$$M=\begin{bmatrix}m_1 & 0\\0 & m_2\end{bmatrix},\qquad K=\begin{bmatrix}k_1+k_2 & -k_2\\-k_2 & k_2\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}(0)=\begin{bmatrix}x_{10}\\x_{20}\end{bmatrix},\quad \text{and}\quad \dot{\mathbf{x}}(0)=\begin{bmatrix}\dot{x}_{10}\\\dot{x}_{20}\end{bmatrix}$$