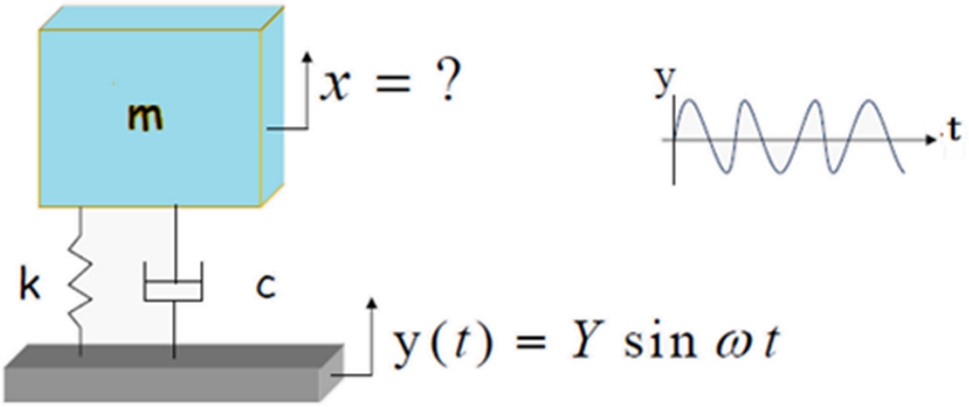
Mechanical Vibration
ارتعاشات مکانیکی(درس دوازدهم)

By: Reza Tikani
Mechanical Engineering Department
Isfahan University of Technology

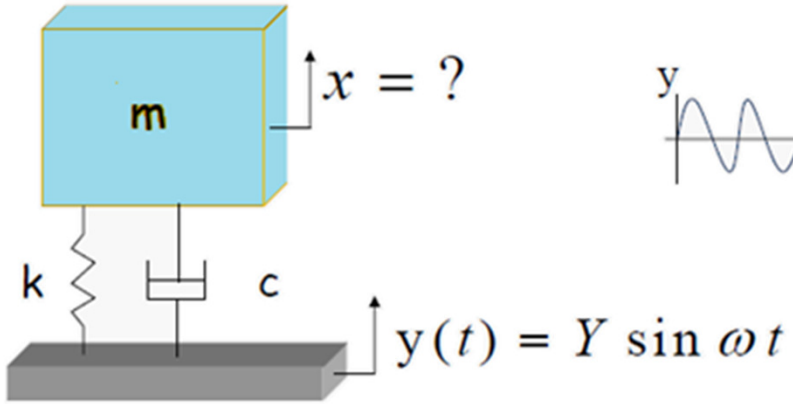
حرکت پایه در یک سیستم میرا

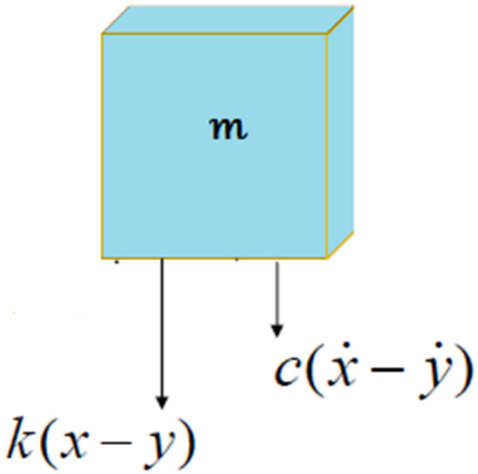


در این قسمت به دنبال پاسخ سه سوال زیر هستیم:

۱- جابجایی مطلق جرم؟
۲- جابجایی نسبی جرم و پایه؟
۳- نیروی منتقل شده به پایه؟

حرکت پایه در یک سیستم میرا



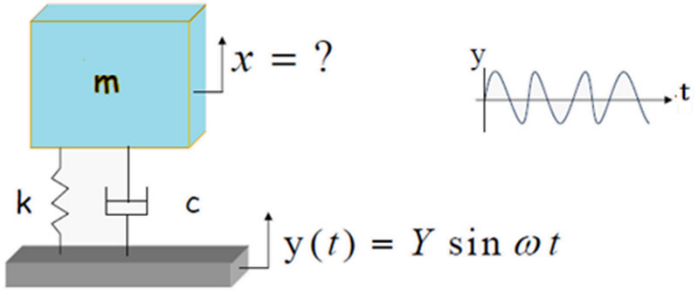


$$\sum F_x = m\ddot{x}$$

$$-k(x-y)-c(\dot{x}-\dot{y}) = m\ddot{x}$$

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx = c\dot{y}+ky$$

حرکت پایه در یک سیستم میرا



$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\dot{y} + ky \qquad y = Y\sin(\omega t)$$

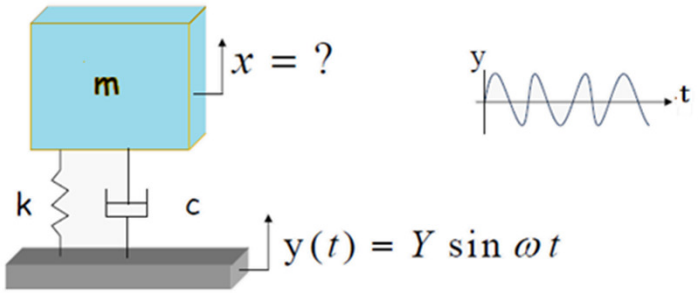
$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\omega Y\cos(\omega t) + kY\sin(\omega t)$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = A\sin(\omega t - \alpha)$$

$$\text{where} \quad A = Y\sqrt{k^2 + (c\omega)^2} \qquad \alpha = \tan^{-1}\left(-\frac{c\omega}{k}\right)$$

حرکت پایه معادل ارتعاشات جرم با اعمال نیرویی با دامنه **A** می باشد.

حرکت پایه در یک سیستم میرا



$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = A\sin(\omega t - \alpha)$$

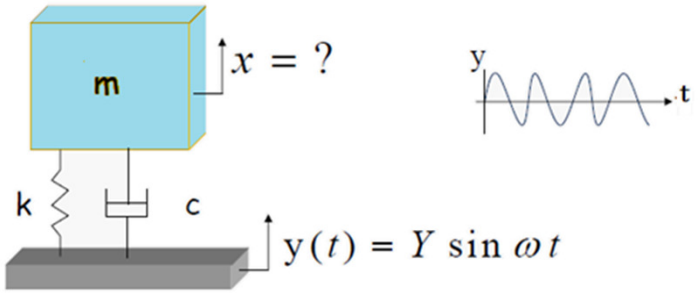
$$x_{ss}(t) = X\sin(\omega t - \alpha - \phi_1)$$

$$X = \frac{A}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \qquad \phi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{c\omega}{k - m\omega^2}\right)$$

$$x_{ss}(t) = X\sin(\omega t - \alpha - \phi_1) = X\sin(\omega t - \phi)$$

حرکت پایه در یک سیستم میرا

انتقال پذیری تغییرمکان (**Displacement Transmissibility**):



$$x_{ss}(t) = X\sin(\omega t - \alpha - \phi_1) = X\sin(\omega t - \phi)$$

$$X = \frac{A}{\sqrt{\left(k - m\omega^2\right)^2 + (c\omega)^2}} \qquad A = Y\sqrt{k^2 + (c\omega)^2}$$

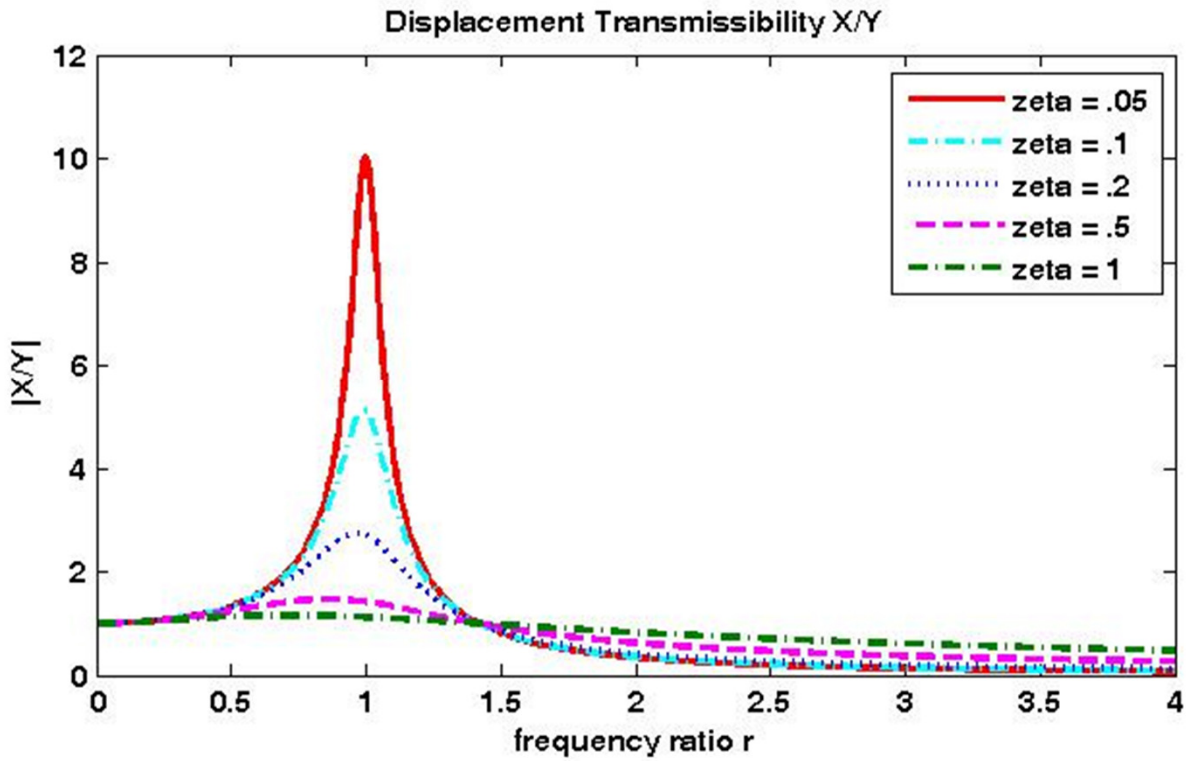
$$\frac{X}{Y} \equiv \text{Displacement Transmissibility}$$

$$\frac{X}{Y} = \left[\frac{k^2 + (c\omega)^2}{\left(k - m\omega^2\right)^2 + (c\omega)^2}\right]^{1/2} = \left[\frac{1 + (2\zeta r)^2}{\left(1 - r^2\right)^2 + (2\zeta r)^2}\right]^{1/2}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{mc\omega^3}{k\left(k - m\omega^2\right) + (c\omega)^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta r^3}{1 + \left(4\zeta^2 - 1\right)r^2}\right)$$

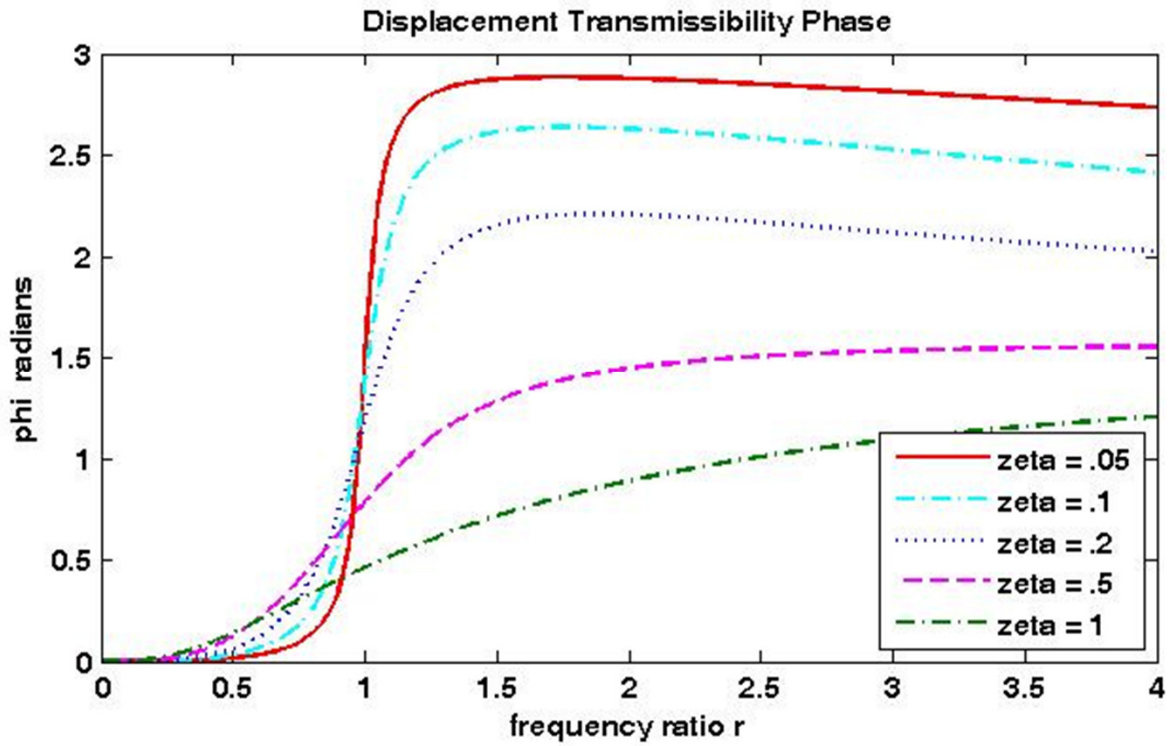
حرکت پایه در یک سیستم میرا

انتقال پذیری تغییرمکان (**Displacement Transmissibility**):

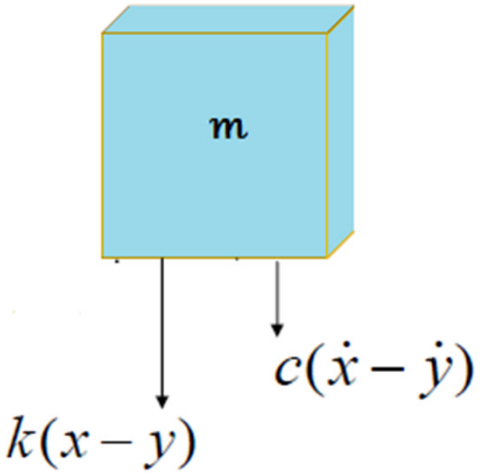


حرکت پایه در یک سیستم میرا

انتقال پذیری تغییرمکان (**Displacement Transmissibility**):



حرکت پایه در یک سیستم میرا



نیروی انتقال یافته به جرم:

$$F = k(x-y)+c(\dot{x}-\dot{y})$$

با توجه به معادله حرکت:

$$k(x-y)+c(\dot{x}-\dot{y}) = -m\ddot{x}$$

✓ در نتیجه برای نیروی انتقال یافته به جرم داریم:

$$\text{Force Transmitted to Mass} = -m\ddot{x}$$

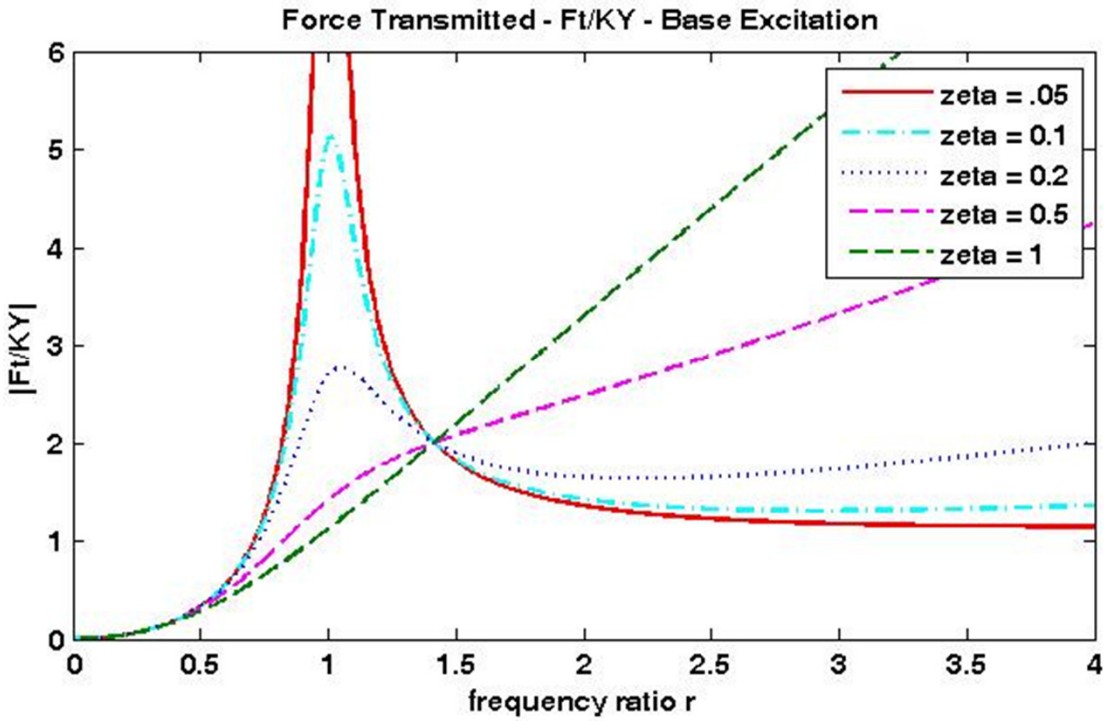
$$\ddot{x}_{ss}(t) = -\omega^2 X \sin(\omega t-\phi) \quad \Rightarrow \quad F = m\omega^2 X \sin(\omega t-\phi)$$

حرکت پایه در یک سیستم میرا

نیروی انتقال یافته به جرم:

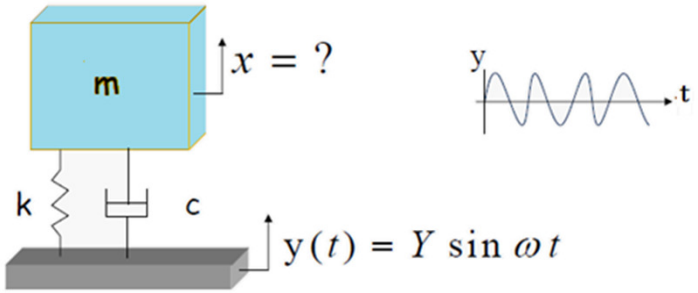
$$F = m\omega^2 X \sin(\omega t - \phi) = F_T \sin(\omega t - \phi)$$

$$\frac{F_T}{kY} = r^2 \left[\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2} \right]^{1/2}$$



حرکت پایه در یک سیستم میرا

جابجایی نسبی جرم نسبت به پایه:



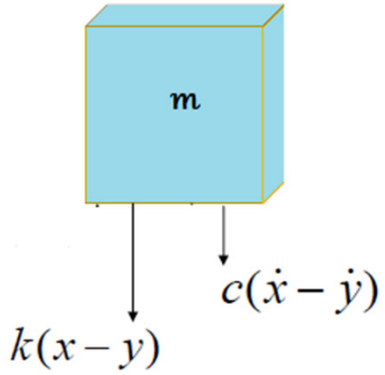
$$z = x - y$$

$$\Sigma Fx = m\ddot{x}$$

$$-kz - c\dot{z} = m\ddot{x} = m(\ddot{z} + \ddot{y})$$

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = -m\ddot{y}$$

$$y = Y\sin(\omega t)$$



$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = m\omega^2 Y\sin(\omega t)$$

حرکت پایه در یک سیستم میرا

جابجایی نسبی جرم نسبت به پایه:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = m\omega^2 Y \sin(\omega t)$$

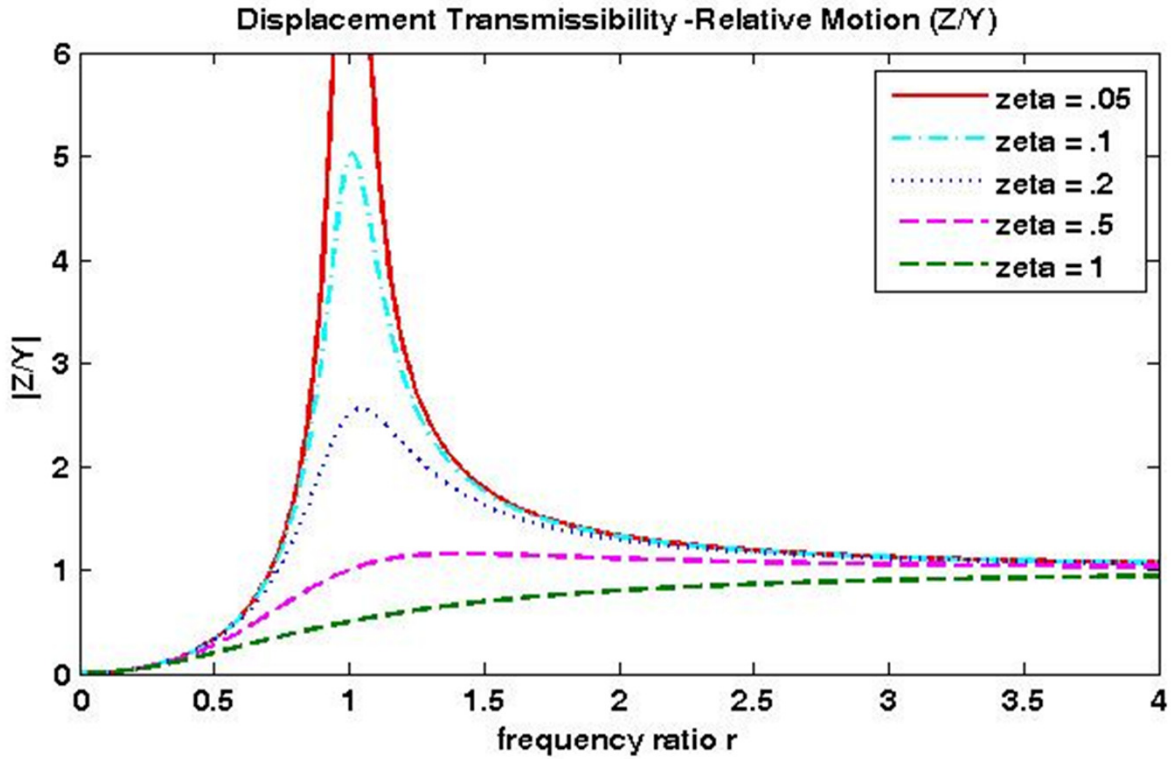
$$z_{ss}(t) = \frac{m\omega^2 Y}{\left[\left(k - m\omega^2\right)^2 + (c\omega)^2\right]^{1/2}} \sin(\omega t - \phi_1)$$

$$z_{ss}(t) = Z \sin(\omega t - \phi_1) \qquad \phi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta r}{\left(1 - r^2\right)}\right)$$

$$\frac{Z}{Y} = \frac{m\omega^2}{\left[\left(k - m\omega^2\right)^2 + (c\omega)^2\right]^{1/2}} = \frac{r^2}{\left[\left(1 - r^2\right)^2 + (2\zeta r)^2\right]^{1/2}}$$

حرکت پایه در یک سیستم میرا

جابجایی نسبی جرم نسبت به پایه:



حرکت پایه در یک سیستم میرا

جابجایی نسبی جرم نسبت به پایه: