باسمه تعالی

تکلیف سری چهارم درس ارتعاشات غیرخطی موعد تحویل: ۹۵/۲/۱۵

۱- **معادله زیر را به کمک روش نرمال‌سازی مجدد حل نمایید.**

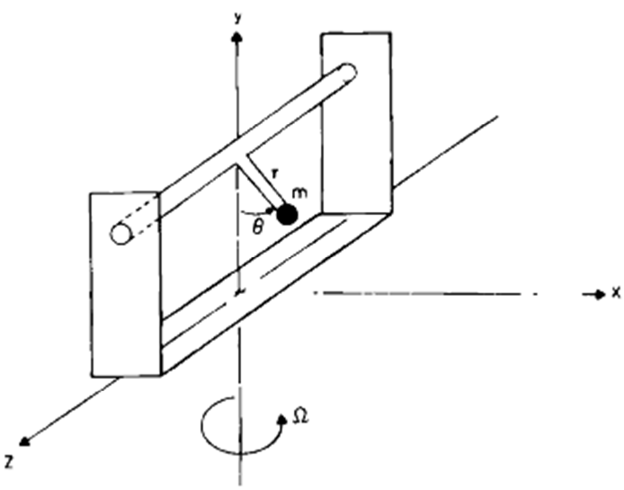
$$\ddot{u} + \omega_0^2 u = \epsilon \dot{u}^2 u^3$$

در ادامه حل خود را با حل حاصل از روش عددی رانگ-کوتای مرتبه ۴ در نرم‌افزار متلب به ازای $\omega_0 = 2\,,\epsilon = 0.01, 0.1$ مقایسه نمایید.

۲- **الف) نشان دهید معادله حرکت سیستم به صورت زیر است:**

$$\ddot{\theta} + (1 - \Lambda\,cos\theta)sin\theta = 0$$

که در آن $\Lambda = \Omega^2 r/g$ و متغیر مستقل به صورت $\tau = \left(\frac{g}{r}\right)^{0.5} t$ است.



ب) نشان دهید با انتگرالگیری می‌توان معادله را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{2}\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}\dot{\theta}_0 + F(\theta)$$

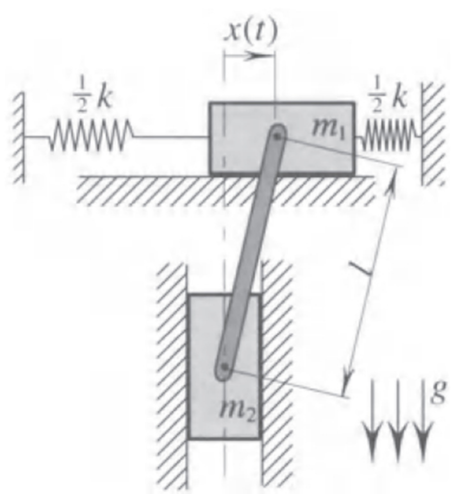
که در آن $\dot{\theta}_0$ سرعت در لحظه صفر است. ($F(\theta)$ را به دست آورید)

ج) با فرض $1 < \Lambda$، با استفاده از روش لیندست-پوانکاره، پاسخ را تا مرتبه ϵ^1 به دست آورید.

د) با فرض $1 < \Lambda$، با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه، پاسخ را برای دو مقیاس به دست آورید.

۳- **الف) در سیستم نشان داده شده در شکل، نشان دهید معادله حرکت جرم m_1 از رابطه زیر به دست می‌آید:**

$$\left(m_1 + \frac{m_2 x^2}{l^2 - x^2}\right)\ddot{x} + \frac{m_2 l^2 x\dot{x}^2}{\left(l^2 - x^2\right)^2} + kx + m_2 g\,\frac{x}{\sqrt{l^2 - x^2}} = 0$$



ب) با در نظر گرفتن $R = \frac{m_2}{m_1}$ و $u = x/l$، نشان دهید با فرض $|u| \ll 1$، معادله فوق به صورت زیر قابل بیان است:

$$\left(1 + Ru^2\right)\ddot{u} + Ru\dot{u}^2 + {\omega_0}^2 u + \frac{Rg}{2l}u^3 = 0$$

که در آن $\omega_0^2 = \frac{k}{m_1} + \frac{Rg}{l}$.

ج) با استفاده از روش لیندست-پوانکاره تا مرتبه ϵ^2 به دست آورید.

د) با استفاده از روش مقیاس‌های چندگانه، پاسخ را با استفاده از سه مقیاس به دست آورید.