

۱- معادله حاکم بر حرکت یک سیستم یک درجه آزادی به صورت زیر را در نظر بگیرید.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} + 25x = 0,$$

الف) سیستم را به صورت دو معادله مرتبه اول بازنویسی کنید.

ب) مسیرهای فاز را برای حالت‌های زیر به صورت دستی رسم نمایید:

ب ۱) $\mu = -8$ ب ۲) $\mu = 0$ ب ۳) $\mu = 8$ ب ۴) $\mu = 26$

۲- برای هر یک از سیستم‌های زیر نقاط تعادل و نوع آن را مشخص نمایید، سپس دیاگرام فاز را برای آنها رسم نمایید. در نهایت حل خود را با پاسخ بدست آمده از حل کامپیوتری مقایسه نمایید.

الف) $\dot{x} = y + x - x^3, \dot{y} = -y$ ب) $\dot{x} = \sin y, \dot{y} = \cos x$

۳- آونگ نشان داده شده در شکل دارای آهنربایی در انتهای خود است که همواره توسط آهنربای ثابت قرار گرفته بر روی زمین دفع می‌شود. معادله حاکم بر مساله به صورت زیر است:

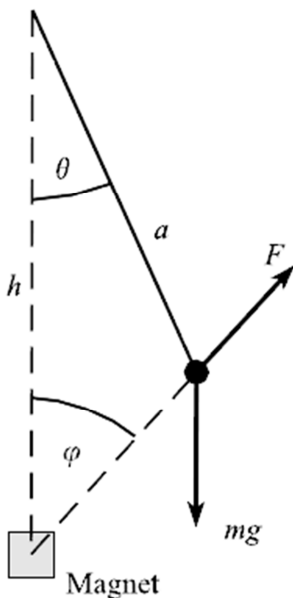
$$ma^2\ddot{\theta} = -mga \sin \theta + Fh \sin \phi,$$

که در آن

$$F = \frac{c}{a^2 + h^2 - 2ah \cos \theta}, \quad \tan \phi = \frac{a \sin \theta}{h - a \cos \theta}.$$

$$(h > a, c = \text{constant})$$

نقاط تعادل سیستم و نوع آنها را با توجه به پارامترهای مساله بدست آورید.



۴- الف) نشان دهید معادله دافینگ $\ddot{x} + x + \epsilon x^3 = 0$ به ازای $\epsilon > 0$ دارای یک **Nonlinear Center** در مبدا است.

ب) اگر $\epsilon < 0$ ، نشان دهید مسیرهای نزدیک مبدا بسته هستند. مسیرهای دور از مبدا چگونه‌اند؟

۵- نمودار فاز برای دو سیستم زیر را به کمک کامپیوتر ترسیم نمایید.

a) Van der Pol oscillator

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x + y(1 - x^2)$$

b) Two-eyed monster

$$\dot{x} = y + y^2, \quad \dot{y} = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - xy + \frac{6}{5}y^2$$